GEOMETRIA 2D

Punto

Coordenadas de un Punto P

$$P=(P_x,P_y)$$

Distancia entre dos puntos A y B.

$$d(A,B)=\sqrt{(B_x-A_x)^2+(B_y-A_y)^2}$$

Punto medio entre dos puntos A y B.

$$P.M.(A,B)=\left(\frac{A_x+B_x}{2},\frac{A_y+B_y}{2}\right)$$

Punto simétrico A’ de A respecto de B.

$$A'=(A'_x,A'_y)=\begin{cases}A'_x=2\cdot B_x+A_x\\ A'_y=2\cdot B_y+A_y\end{cases}$$

Vector

Componentes de un vector, a partir de dos puntos A y B.

$$\vec{V}=B-A \qquad\qquad \vec{V}=(\overrightarrow{V_x,V_y})=\begin{cases}V_x=B_x-A_x\\ V_y=B_y-A_y\end{cases}$$

Módulo de un vector, distancia del punto A al punto B.

$$|\vec{V}|=\sqrt{(V_x)^2+(V_y)^2} \qquad\qquad \vec{V}=\begin{cases}V_x=|\vec{V}|\cdot sen\,\alpha\\ V_y=|\vec{V}|\cdot\cos\alpha\end{cases} \qquad\qquad \alpha=arctag\frac{V_y}{V_x}$$

Pendiente de un vector m.

$$Pendiente\,de\,\vec{V} \;=\; m_v \;=\; tag\,\alpha \;=\; \frac{V_y}{V_x}$$

Producto de un vector por un escalar, un escalar k por un vector V da como resultado un vector.

$$k\cdot\vec{V}=(k\cdot V_x,k\cdot V_y)$$

Producto escalar de dos vectores, un vector V por otro vector W da como resultado un escalar.

$$\begin{cases} \vec{V}\cdot\vec{W}=V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y \\ \vec{V}\cdot\vec{W}=|\vec{V}|\cdot|\vec{W}|\cdot\cos\alpha \end{cases}$$

$$Propiedad: \quad \cos\alpha=\frac{V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y}{|\vec{V}|\cdot|\vec{W}|}$$

$$Propiedad: \quad \vec{V}\perp\vec{W} \quad si \quad \vec{V}\cdot\vec{W}=0$$

$$Dos\,vectores\,son\,paralelos\,si \quad \vec{V}\|\vec{W} \quad si \quad \frac{V_x}{W_x}=\frac{V_y}{W_y}$$

$$Dos\,vectores\,son\,perpendiculares\,si \quad \vec{V}\perp\vec{W} \quad si \quad \begin{cases} V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y=0 \\ m_v=\frac{-1}{m_w} \end{cases}$$

$$Projección\,de\,un\,vector\,V\,sobre\,otro\,W \quad Proj(\vec{V}\,sobre\,\vec{W})=|\vec{V}|\cdot\cos\alpha=\frac{V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y}{|\vec{w}|}$$

$$Angulo\,entre\,dos\,vectores \quad \alpha = \arccos\alpha = \arccos\left(\frac{V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y}{|\vec{V}|\cdot|\vec{W}|}\right)$$

Recta

$$Sean \quad \begin{cases} Un\,Punto\,P=(P_x,P_y) \\ Un\,Vector\,\vec{V}=(V_x,V_y) \end{cases}$$

Ecuacion vectorial

$$(X,Y)=(P_x,P_y)+\lambda(V_x,V_y)$$

Ecuaciones paramétricas

$$\begin{rcases} X=P_x+\lambda\cdot V_x \\ Y=P_y+\lambda\cdot V_y \end{rcases}$$

Ecuación continua

$$\frac{X-P_x}{V_x}=\frac{Y-P_y}{V_y}$$

Ecuación implícita o general

$$AX+BY+C=0 \quad siendo \begin{cases} A=V_y \\ B=-V_x \\ C=P_y\cdot V_x-P_x\cdot V_y \end{cases}$$

Ecuación explicita

$$Y=mX+n \quad siendo \begin{cases} m=pendiente\,de\,la\,recta\,(\vec{V}) \\ n=ordenada\,en\,el\,origen \end{cases}$$

Ecuación punto-pendiente

$$Y=P_y+m\cdot(X-P_x) \quad siendo \begin{cases} (P_x,P_y)\,un\,punto\,de\,la\,recta \\ m=pendiente\,de\,la\,recta\,(\vec{V}) \end{cases}$$

Posiciones relativas de dos rectas r y s

$$r\ y\ s\ son\ paralelas \quad r\|s \quad cuando \begin{cases} \vec{V}_r\|\vec{V}_s \\ m_r=m_s \end{cases}$$

$$r\ y\ s\ son\ coindidentes \quad cuando \begin{cases} la\,ecuación\,de\,r\,es\,proporcional\,a\,la\,de\,s \\ además\,de\,paralelas\,pasan\,por\,el\,mismo\,punto \end{cases}$$

$$r\ y\ s\ son\ perpendiculares \quad r\perp s \quad cuando \begin{cases} \vec{V}_r\perp\vec{V}_s \\ m_r=\frac{-1}{m_s} \end{cases}$$

$$r\ y\ s\ son\ secantes\ cuando\ no\ son\ paralelas$$

Angulo entre dos rectas r y s es el ángulo entre sus vectores V_r y V_s

Distancia de un punto P a una recta r

$$d(P,r)=\frac{|A\cdot P_x+B\cdot P_y+C|}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$$

Circunferencia

$$sean \begin{cases} Centro\ de\ la\ circunferencia\ P=(P_x, P_y) \\ Radio\ de\ la\ circunferencia\ R \end{cases}$$

$$(X-P_x)^2+(Y-P_y)^2=R^2$$

$$X^2+Y^2+AX+BY+C=0 \quad siendo \begin{cases} A=-2P_x \\ B=-2Py \\ P=P_x{}^2+P_y{}^2-R^2 \end{cases}$$

Elipse

$$sean \begin{cases} Centro\ de\ la\ elipse\ O=(0{,}0) \\ A\ y\ A'\ vértices\ del\ eje\ mayor\ (2a) \quad a=semieje\ mayor \\ B\ y\ B'\ vértices\ del\ eje\ menor\ (2b) \quad b=semieje\ menor \\ F\ y\ F'\ focos\ (distancia\ focal\ 2c) \quad c=semidistancia\ focal \end{cases}$$

$$\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}=1$$

$a^2=b^2+c^2$
$Constante\ de\ la\ elipse\ K=2a$
$Excentricidad\ exc=\frac{c}{a}$

Hiperbola

$$sean \begin{cases} Centro\ de\ la\ hipérbola\ O=(0{,}0) \\ A\ y\ A' \quad vértices \quad eje\ 2a \quad a=semieje \\ F\ y\ F' \quad focos\ (distancia\ focal\ 2c) \quad c=semidistancia\ focal \\ r\ y\ r' \quad asintotas \end{cases}$$

$$\frac{X^2}{a^2}-\frac{Y^2}{b^2}=1$$

$b^2=c^2-a^2$
$Constante\ de\ la\ hipérbole\ K=2a$
$Excentricidad \quad exc=\frac{c}{a} > 1$
$Pendientes\ de\ las\ asintotas \quad \frac{b}{a} \ y \ \frac{a}{b}$